2025 年度

最適化モデル分析

小テスト(2 回目)

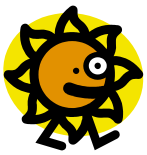
解答上の注意

- 解答用紙は 4 枚綴りになっている．解答に適した解答用紙を選び，どの問題の解答かを必ず明示し記述のこと．ホチキスは外さないこと．
- 必要に応じて解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程や理由を採点者にわかりやすいように記述すること．
- 解答スペースが不足したら裏面も利用可．それでも解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください．
- 小テスト終了後に解答用紙のみ回収します．問題冊子は次回講義で使用します．保管し，次週の講義に持参してください．

実施日：2025 年 7 月 18 日実施

作成：文教大学 経営学部 経営学科 根本 俊男

nemoto@bunkyo.ac.jp



問題１

次の問いに答えよ．

(1) ２段階シンプレクス法の１段階目で計算の都合上導入する変数の日本語呼称を記述せよ．

(2) 専門用語「Sensitivity Analysis」に対応する日本語での専門用語を示せ．

(3) 数理計画における「主問題」，「双対問題」に対応する英語表記の頭文字から主問題と双対問題を表現する際によく利用される大文字アルファベット一文字を各々示せ．

(4) 次の(ア)～(ウ)の記述の中で正しいものすべてを記号で答えよ．正しい記述がない場合は，「ない」と記せ．

(ア) 負の長さの枝があるネットワーク上の最短路問題にベルマン=フォード法は適用できない．

(イ) どんな線形計画問題でも主問題が最適解を持つ場合は，その双対問題も必ず最適解を持つ．

(ウ) どんな数理計画問題でも主問題と双対問題の最適値は一致する．

(5) 次の 0-1 整数計画問題の線形計画緩和（LP 緩和）問題を記述せよ．

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{subject to} \quad & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1, x_2 \in \{0,1\} \end{aligned}$$

問題２

文教農場は 100ha(ヘクタール)の耕地を有し，そこに小豆(あずき)と大豆(だいず)を栽培し出荷している．

- 小豆は 1ha あたり 2t 収穫され，1t あたり 60 万円の売上が見込まれる．
- 大豆は 1ha あたり 3t 収穫され，1t あたり 30 万円の売上が見込まれる．

小豆と大豆の種まきは，組合からレンタルする専用機で行う．レンタル料は 120 時間までが１時間あたり 10 万円で，120 時間を超すレンタルは現状では不可能である．

- 小豆の種まきは 1ha あたり２時間を要する．
- 大豆の種まきは 1ha あたり１時間を要する．

文教農場では，利益（=[大豆および小豆の収穫で得た売上]-[専用機レンタル料]）を最大にするように小豆と大豆を栽培したい．

そこで，コンサルタントに依頼し，小豆と大豆の栽培計画の立案を依頼してみた．すると，コンサルタントからは『小豆の耕作面積を x_1(ha)，大豆の耕作面積を x_2(ha)とおき定式化してみた（★）．それは線形計画問題だったのでシンプレクス法で解いた計算メモ(図１)を送る．あとは自分で判断して欲しい』との回答だった．相談料は無料だったそうだ．以下の問いに答えよ．

［初期のシンプレクス表］

基底変数	z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
s_1	0	1	1	1	0	100
s_2	0	2	1	0	1	120
z	1	-100	-80	0	0	0

1	0	0
0	1	0
0	0	1

↓

基底変数	z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
s_1	0	0	1/2	1	-1/2	40
x_1	0	1	1/2	0	1/2	60
z	1	0	-30	0	50	6000

1	-1/2	0
0	1/2	0
0	50	1

↓

基底変数	z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
x_2	0	0	1	2	-1	80
x_1	0	1	0	-1	1	20
z	1	0	0	60	20	8400

2	-1	0
-1	1	0
60	20	1

図１：コンサルタントから届いたシンプレクス法の計算メモ

(1) 小豆の説明から次のように売上と費用について情報の整理が可能である

- 小豆を 1ha 耕作した場合，2t 収穫され，その収穫からの売上は(2t×60 万円/t=)120 万円になる
- 小豆を 1ha 耕作した場合，種まきに専用機 2 時間レンタルが必要で，そのレンタル料は(2 時間×10 万円/時間=)20 万円となる

さて，小豆の耕作面積を x_1(ha)とした場合，

(1-a) 小豆の売上
(1-b) 小豆の種まきに費やした専用機のレンタル料
(1-c) 利益（＝小豆の売上－小豆の種まきに費やした専用機のレンタル料）

はそれぞれいくらになるか．それぞれ x_1 を用いて表現せよ．

(2) 大豆の耕作面積を x_2(ha)とした場合，大豆から得られる利益（＝大豆の売上－大豆の種まきに費やした専用機のレンタル料）を x_2 で表現せよ．

(3) (★)の段階で行われたこの問題の定式化を記述せよ．

(4) 利益が最大になる耕作プランを提示せよ．またその時の利益額も示せ．

⑸　隣接する十分広い農地が売りに出た．利益が増えるなら買いたい．1ha あたりいくらまでなら買うべきか．判断の基準となる金額を示せ．

⑹　隣地１ha あたりの売値が上記小問⑸で示した基準より低いので購入に踏み切りたい．小問⑸で示した基準が有効なのは何 ha までの購入か．導出過程も記述すること．

⑺　新種のソラマメ（1ha あたり 5t 収穫，1t あたり 19 万円の売上見込み，専用機は 1ha あたり２時間使用）があるらしい．ソラマメの耕作に着手すべきかを判断せよ．理由も記述すること．

⑻　小豆の先物相場が高騰し，１トン当たり 80 万円（現状より 1 トン当たり 20 万円増）で取引できそうだ．小問⑷で示した耕作プランの変更が必要かを判断せよ．理由も記述すること．

⑼　小問⑶で記述した線形計画問題のラグランジュ緩和問題を適切な変数を用いて記述せよ．

⑽　小問⑶で記述した線形計画問題の双対問題を適切な変数を用いて記述せよ．その導出過程も記述すること．

⑾　小問⑽で記述した双対問題の最適解と最適値を示せ．

⑿　小問⑽で記述した双対問題に用いた変数の単位を示せ．理由を示すこと．

⒀　［エクストラ問題（時間に余裕がある人向け・追加点数）］　「農場が持っている財は土地と専用機レンタルの権利のみ」であるとの問題の背景理解から，双対変数の単位をヒントにして，小問（10）で記述した双対問題はどのような最適化問題として解釈できるか記述せよ．

⒁　［エクストラ問題（時間に余裕がある人向け・追加点数）］　「小問（10）で示した双対問題」の双対問題を導出せよ．導出過程も記述すること．